

## Záróvizsga kérdéssor

Tantárgycsoport neve: **Differenciálegyenletek**

Neptun kódja: ZVETE93BGDE

Kreditértéke: 10

Tantárgycsoportba sorolt tantárgyak:

- **Differenciálegyenletek mérnököknek 2** (BMETE93BG30)
- **Parciális differenciálegyenletek** (BMETE93BG35)

Képzés: Gépészmérnöki alapképzési szak (2N-AG0)

Specializáció: Matematikus-mérnök

Tantárgyfelelősök:

- Dr. Kovács Mihály, [mkovacs@math.bme.hu](mailto:mkovacs@math.bme.hu)  
Differenciálegyenletek Tanszék, Matematika Intézet, TTK
- Dr. Faragó István György, [faragois@math.bme.hu](mailto:faragois@math.bme.hu)  
Differenciálegyenletek Tanszék, Matematika Intézet, TTK

A tantárgyak hatályos adatlapját a Gépészmérnöki Kar Oktatási Portálján tekintheti meg.

<https://oktatas.gpk.bme.hu/>

A vizsgafelkészülés előtt a kérdéssor időbeli hatályát mindig ellenőrizze az [edu.gpk.bme.hu](http://edu.gpk.bme.hu) oldalon!

**Érvényes: 2021. szeptember 1-től**

*Dr. Kovács Mihály* s.k.  
egyetemi tanár

*Dr. Faragó István György* s.k.  
Professor Emeritus

1 8 7 1

## Differenciálegyenletek mérnököknek 2(BMETE93BG30)

1. Dinamikai rendszer fogalma, dinamikai rendszer stacionárius és periodikus pontjainak fogalma, pályák fogalma, periodikus pályák fogalma és tulajdonságai, autonóm differenciálegyenletek és dinamikai rendszerek kapcsolata, fáziskép fogalma, egydimenziós fáziskép meghatározása
2. Autonóm egyenletek stacionárius pontjainak (aszimptotikus) stabilitásának fogalma, Ljapunov tételei, invariáns halmazok és vonzási tartomány fogalma, La-Salle invariancia-elv
3. Lineáris rendszerek stabilitása, lineáris rendszerek kvadratikus Ljapunov függvényei
4. Síkbeli lineáris rendszerek fázisképeinek osztályozása
5. Lineáris rendszerek stabilis, instabilis, centrális altereinek fogalma és tulajdonságaik, lineáris rendszerek toplogikus konjugációja, Kuiper tétele, a mátrix-exponenciális definíciója és tulajdonágai
6. Autonóm egyenletek stacionárius pontjainak (aszimptotikus) stabilitásának vizsgálata linearizálással, síkbeli rendszerek stacionárius pontjainak típusai és a típus meghatározás linearizálással
7. Dinamikai rendszerek periodikus pályái (aszimptotikus) stabilitásának fogalma, diszkrét dinamikai rendszerek fogalma és fixpontjainak vizsgálata, periodikus pályák stabilitás vizsgálata Poincaré leképezés segítségével, karakterisztikus multiplikátor fogalma, Andronov-Witt tétel és annak egy átfogalmazása
8. Autonóm egyenletek határhalmazainak fogama és ezek tulajdonságai, a Poincaré-Bendixon tétel gyenge és teljes alakja (síkbeli rendszerek  $\omega$ -határhalmazának struktúrája), Bendixon-zsák fogalma és alkalmazása periodikus pályák keresésére, Bendixon- és Bendixon-Dulac kritérium
9. Bifurkációk (1d: nyereg-csomó, vasvilla, transzkritikus; 2d: Hopf, nyereg-csomó)
10. Gradiens és Hamilton rendszerek alapvető tulajdonságai

## Parciális differenciálegyenletek (BMETE93BG35)

1. Matematikai modellalkotás. A hővezetési jelenség matematikai modellezése. A peremfeltételek jellemzése. A folytonos és diszkrét modellek kapcsolata. Az általános transzport egyenletek.
2. Elsőrendű parciális differenciálegyenletek. Jellemzésük és megoldásuk.
3. Másodrendű parciális differenciálegyenletek és a főrészában lineáris egyenletek osztályozása, kanonikus alakjai. Kanonikus alakra hozás transzformációval.
4. Parabolikus Cauchy-feladat nemkorlátos térbeli tartományon. (A homogén jobb oldalú feladat egzisztenciája és stabilitása, inhomogén feladat megoldása Duhamel elvvel, Poisson-formula származtatása, alpmegoldás és tulajdonságai, többdimenziós eset.)
5. Hiperbolikus Cauchy-feladatok nemkorlátos térbeli tartományon. (A feladat kitűzése, a megoldás előállítása homogén és inhomogén egyenletekre, a feladat korrekt kitűzése, kanonikus alakja állandó együtthatós esetben, a megoldás értelmezése forrásmentes esetben.)
6. Laplace egyenlet korlátos tartományon első és második peremfeltétellel. (Harmonikus függvények, unicitási tételek, Poisson egyenlet esete, maximum elv és következményei.)
7. A Sturm-Liouville-féle egyenlet és a Laplace-egyenlet megoldása egységnyezeten.
8. A hővezetési egyenlet korlátos tartományon, Maximum elv, és következménye (A megoldás előállítása változók szétválasztásával, korrekt kitűzés.)